TAYLOR渦流の模型方程式(非線型・非平衡状態の統計力学,研究会報告)

AUTHOR(S):

八幡, 英雄

ことにも原因があると思われる。本実験では縦横比を変えても流速の挙動は変らなかったが，このことは変え幅が小さかったためにサイド壁の影響がなかったのか，あるいは他の原因による可能性も考える必要があるかもしれない。

参 考 文 献

1) P. Berge, et al.; Phys Rev. Lett. **32**, 1041 ('74), J. Fluid. Mech. **85**, 641 ('78).

2) G. Ahlers; Phys. Rev. Lett. **33**, 1185 ('74), Phys. Lett. **62A**, 329 ('77).

3) P. Hall, et al.; Proc. R. Soc. Lond. **A358**, 199 ('77).

TAYLOR渦流の模型方程式

広島大・理　　八 幡 英 雄

二つの同軸円筒間に流体を入れ，内側の円筒の回転角速度Ωを次第に増加させていくと，中の流体には当初方位角方向の一様流が生じるが，Ωがある大きさを越えると円環面状の定常流が重畳して現われ，この流れのつくる円環面は軸方向に規則正しい間隔をなして位置するようになる（Taylor 渦流）。Ωをさらに増加していくと方位角方向に規則振動する進行波を伴った渦流が重なり，この波動はさらに大きなΩで乱れて流れは乱流になる。

この現象を解明するため，Navier-Stokes方程式よりHopfの仮説にもとづいてGalerkin法によって速度場振幅の満たす有限次元モード結合常微分方程式系を導出する。Taylor 渦流の空間的周期性を用いて，速度場$\boldsymbol{v}$を軸z方向・方位角θ 方向にFourier展開

$$\boldsymbol{v}(r, \theta, z, t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[\boldsymbol{u}_{l,m}^{+}(r, t)\, e^{im\theta} \cos laz + \boldsymbol{u}_{l,m}^{-}(r, t)\, e^{im\theta} \sin laz \right]$$

し，Navier-Stokes 方程式より振幅$\boldsymbol{u}_{l,m}^{\pm}(r, t)$のしたがう発展方程式を導びく。次にこれを動径変数$r$について適当な直交函数系で展開し，Galerkin 法によりその時間振幅のしたがう非線型常微分方程式系を導出する。

実験的に典型的な場合として，モード（$l=1$，$m=4$）の時間発展を考えると他にモード（$l=0$，$m=0$）を取入れれば，最も簡単な閉じたモード結合方程式を得る。この系におけ

る解の乱流解への逐次遷移については，既に発表した (Prog. Theor. Phys. **64** (1980), 782)。研究会では，この系にさらに（$l=1$，$m=0$），（$l=2$，$m=0$）の軸対称モードを取入れ拡張した模型に関する時間積分解の挙動について述べた。実験における渦流の形状から，（$l=1$，$m=4$）のモードでは進行波の位相のずれを，因子 $\exp\left[i\,\frac{\pi}{2}\cos az\right]$ によって考慮した。解の分岐構造は，周期的運動→準周期的運動（基本振動数が２～３）→乱流で前の模型と同じであるが，線スペクトルと連続スペクトルの共存とか軸対称モードの不規則振動などの興味深い事実がみられる。また同期振動数成分 $\omega \simeq m\Omega/3$ が再現される。

発達した乱流における異常拡散および カオスの拡散過程を記述する指数 ν

九大・理　森　　　肇

乱流やカオスの基本的メカニズムは渦系や相空間のセルの伸長・曲折による混合過程にあると思われる。したがって，その伸長・曲折のプロセスをどう捉えるかは基本的問題である。ここでは，２つの巨視的指数

a）相似次元 D

b）拡りの指数 ν

によってこのプロセスをどこまで捉えることができるかを議論した。

発達した乱流は，大小様々の断直径をもった渦糸からなる。その渦糸の一つ一つはランダムに曲折しており，時間と共に，さらに細くかつ長く伸びることによって，さらに曲折した細い渦糸となる。各時刻で，この渦糸は，溶液中の高分子鎖のように，多数のblobセグメントが連なったランダムな鎖と考えてよいだろう。いま，$t=0$で，このようなblobの一つをとり，それが時間と共にどのように伸長し曲折していくかをみることにしよう。時刻 t における断直径を $l(t)$，体積を $V(t)$ とすれば，その時刻のblobの個数は

$$N(t) \equiv V(t)/[l(t)]^3 = [r(t)]^{-D} \qquad (1)$$

によって与えられる。ただしここで，$r(t) \equiv l(t)/l(0)$ である。Dは渦糸の相似次元であり，間欠性指数 μ と